

beim vergütbaren Be-Nickel eine solche von einer Feldstärke von etwa 100 Gauss ab zu beobachten. Kleine Dehnungen von $1-2\%$ wirkten sich stärker aus, während bei großen Dehnungen keine wesentliche Veränderung der M. eintrat.

Die dynamische Vorbehandlung ließ keinen Einfluß auf die Striktionskurven erkennen.

Literaturverzeichnis

1. K. Honda u. S. Shimizu, Phil. Mag. 4 (1902), 338. Paul Mc Corkle, Phys. Rev. 25 (1925), 541. L. W. Mc Keehan u. P. P. Cioffi, Phys. Rev. 28 (1927), 147.
2. L. Pungs u. G. Preuner, Phys. Zeitschr. 20 (1919), 551.
3. A. Schulze, Zeitschr. f. techn. Phys. 8 (1927), 495; 501; Zeitschr. f. Phys. 50 (1928), 449; Arch. f. Elektr. 18 (1927), 683.
4. W. Weille, Zeitschr. f. Hochfr.-Techn. 32 (1928), 185.
5. M. Bédéau, Onde électrique 5 (1926), 613.
6. H. G. Möller, Die Elektronenröhren, Braunschweig 1922.
7. J. Nußfeld, Zeitschr. f. Instrumentenkunde (1908), 190.
8. E. Gumlich u. W. Rogowski, Ann. d. Phys. 34 (1911), 235.
9. F. Kohlrausch, Lehrb. der prakt. Phys. 14. Aufl. S. 630.
10. H. Nagaoka, Wied. Ann. 53 (1894), 487.
11. D. R. P. 443944, D. R. P. 375824.
12. O. v. Auwers, Wiss. Ver. a. d. Siemenskonzern VIII, Beryllium-Arbeiten.
13. O. Dahl, G. Masing u. E. Holm, Wiss. Ver. a. d. Siemenskonzern VIII, Beryllium-Arbeiten.
14. R. Rhoads, Phys. Rev. 7 (1898), 65; 21 (1923), 707.
15. Mc Keehan, Phys. Rev. 26 (1925), 274; 28 (1926), 158.
16. K. Honda u. T. Terada, Phil. Mag. 14 (1907), 65; Phys. Zeitschr. 6 (1905), 622. B. Bracket; Phil. Mag. 44 (1898), 122.
17. Ch. W. Burrow, Bull. Bur. Stand. 13 (1916), 173.
18. W. Gerlach, Metallwirtschaft 873-877.
19. G. Tammann, Lehrb. d. Metallographie, Leipzig 1923.
20. A. Smekal, Zeitschr. f. techn. Phys. 7 (1926), 535.
21. Czochralski, Int. Zeitschr. f. Metallographie (1916), 1.
22. E. Voigt, Jena, Diss. 1928; Zeitschr. f. techn. Phys. 9 (1928), 322-337.

(Eingegangen am 27. März 1931)

Die magnetische Sammelspule für schnelle Elektronenstrahlen

Von E. Ruska und M. Knoll, Berlin

(Mitteilung aus dem Hochspannungslaboratorium der Technischen Hochschule Berlin)¹⁾

Inhalt: Berechnung der Sammelspule in Abhängigkeit von der Erzeugerspannung und den Abmessungen der Elektronenstrahlröhre; Versuche zur quantitativen Nachprüfung der Rechnung und des optischen Verhaltens der Sammelspule.

1. Einleitung

Bei gewissen Elektronenstrahlröhren (z. B. Kathodenstrahloszillographen, Röhren für Elek-

tronenbeugung, Röntgenröhren usw.) kommt es darauf an, die Kathodenstrahlen in ein Bündel von möglichst großer Intensität und gleichzeitig von möglichst geringem Querschnitt zu sammeln. Das älteste hierzu angewandte Mittel ist die koaxial zum Kathodenstrahlbündel angeordnete Magnet-spule („Strahlsammelspule“).

Die Strahlsammelspule wurde zum ersten mal 1898 durch Wiechert²⁾ bei Kathodenstrahlmessungen benutzt und erstreckte sich ursprünglich nahezu über die ganze Länge der Elektronenstrahlröhre. Das von den Strahlelektronen durchlaufene magnetische Feld ist bei solchen Spulen im wesentlichen homogen. Eine relativ zu den Abmessungen der Elektronenröhre kurze Spule ist wohl zuerst von Ryan³⁾ bei einer Braunschen Röhre benutzt und seitdem besonders häufig bei Kathodenstrahl-oszillographen angewandt worden.⁴⁾ Auch für Elektronenbeugungsversuche hat die Strahlsammelspule Verwendung gefunden.⁵⁾ Bei diesen Spulen ist das von den Elektronen durchflogene Magnetfeld kurz gegen die Strahllänge und stark inhomogen.

Während die Bewegung eines Elektrons im homogenen Magnetfeld schon 1881 durch Riecke⁶⁾ geklärt worden war, wurde erst 1926 von Busch⁷⁾ die Bahn von Kathodenstrahlen im axialsymmetrischen inhomogenen elektromagnetischen Feld für enge Bündel berechnet und damit die Erklärung für die Wirkungsweise der „kurzen Spule“ gegeben. Busch konnte an Hand seiner Theorie zeigen⁸⁾, daß eine solche kurze Spule auf den Elektronenstrahl wirkt wie eine Sammellinse auf einen Lichtstrahl, daß sie also ein Bild der Strahlenquelle zu erzeugen vermag.

Bei Gasentladungsröhren mit kalter Kathode, an denen die Versuchsreihen der vorliegenden Arbeit durchgeführt wurden, und für die allein daher die Versuchsergebnisse zunächst Gültigkeit haben, ist als Strahlenquelle der auf der Vorderseite der Kathode sich ausbildende Zerstäubungskater („Kathodenfleck“) anzusehen. Für die Entfernung a der Sammelspule von der Strahlenquelle und die Entfernung b der Sammelspule von dem Bild der Strahlenquelle müßte nach der Theorie von Busch⁹⁾ die bekannte Linsenformel der geo-

²⁾ E. Wiechert, Ann. d. Phys. 69 (1899), 739.

³⁾ H. J. Ryan, Trans. of the Am. Inst. of Electr. Eng. 22 (1903), 539.

⁴⁾ L. M. Hull, Proc. Inst. Radio Engin. 9 (1921), 141; A. B. Wood, Proc. Phys. Soc. (London), 35 (1923), 109; W. Rogowski u. W. Größer, Arch. f. Elektr. 15 (1925), 377; D. Gabor, Forschungsheft 1 der Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen, S. 15, 1927; K. Berger, Bull. S. E. V. 19 (1928), 292; A. Matthias, M. Knoll u. H. Knoblauch, Zeitschr. f. techn. Phys. 11 (1930), 276.

⁵⁾ E. Rupp, Zeitschr. f. Phys. 52 (1928), 8.

⁶⁾ E. Riecke, Ann. d. Phys. 13 (1881), 191.

⁷⁾ H. Busch, Ann. d. Phys. 81 (1926), 974.

⁸⁾ H. Busch, Arch. f. Elektr. 18 (1927), 583.

¹⁾ Vorstand Prof. A. Matthias.

métrischen Optik

$$1/a + 1/b = 1/f \quad (1)$$

gelten, wobei also a die „Gegenstandsweite“, b die „Bildweite“ und f die „Brennweite“ der Sammelspule bedeuten würde.

Busch konnte bei der von ihm benützten Elektronenstrahlröhre⁸⁾ diese Beziehung für eine Elektronengeschwindigkeit von ungefähr 25 kV qualitativ experimentell bestätigen. Eine quantitative Nachprüfung der Theorie, insbesondere über einen größeren Spannungsbereich, lag bisher nicht vor. Untersuchungen von E. Sommerfeld⁹⁾ haben gezeigt, daß für kleine Elektronengeschwindigkeiten (unter 1000 Volt) beim Überschreiten einer gewissen Druckgrenze (ungefähr 10^{-6} mm Hg) der magnetischen Sammelwirkung eine stromabhängige Raumladungssammelwirkung durch im Strahlvolumen gebildete positive Ionen überlagert wird. Zu jeder Elektronengeschwindigkeit gehört also ein bestimmter Gasdruck, oberhalb dessen die magnetische Sammelwirkung nicht mehr ungestört beobachtet werden kann. Wegen der mit wachsender Elektronengeschwindigkeit abnehmenden Ionisierungsfähigkeit der Elektronen war anzunehmen, daß diese Druckgrenzen für hohe Elektronengeschwindigkeiten bei höheren Drucken liegen würden, als für niedrige Elektronengeschwindigkeiten. Es erschien wahrscheinlich, daß der Druck sogar noch über die hierdurch gegebenen Grenzen hinaus erhöht werden kann, ohne ein Abweichen von dem „optischen“ Verhalten der Elektronenstrahlen befürchten zu müssen, da ebenfalls mit wachsender Elektronengeschwindigkeit die Sammelwirkung des Fadens der positiven Raumladung auf den ihn konzentrisch umgebenden Elektronenstrahl abnimmt.

2. Wirkungsweise der Sammelspule beim Kathodenstrahloszillographen und anderen Elektronenstrahlröhren

Eine besondere Bedeutung hat die Strahlensammelspule beim Kathodenstrahloszillographen und ähnlichen Elektronenstrahlröhren, bei denen eine möglichst große Elektronendichte auf kleiner Fläche erzielt werden soll. Man stellt dort den Strom in der Sammelspule so ein, daß der Querschnitt des Kathodenstrahlbündels auf dem Leuchtschirm („Schirmquerschnitt“) den kleinsten Wert hat, den er an dieser Stelle und bei der gegebenen Stellung der Sammelspule annehmen kann. In diesem Fall ist, wie in einer demnächst erscheinenden Arbeit gezeigt werden wird, der Schirmquerschnitt identisch entweder mit dem Bild der Strahlenquelle oder mit dem Bild der zwischen dieser und der Sammelspule liegenden Blende (der „Anoden-

blende“), je nach den Größenverhältnissen von Strahlenquelle und Blende und den zugehörigen Gegenstandsweiten und Bildweiten.¹⁰⁾ Wir bezeichnen im folgenden diesen minimalen Schirmquerschnitt (den „Schreibfleck“ des Kathodenstrahloszillographen) als „Elektronenbrennfleck“.¹¹⁾

Die vorliegende Arbeit entstand im Zusammenhang mit Untersuchungen zur quantitativen Bestimmung der Leistungsfähigkeit und des Nutzeffekts von Kathodenstrahloszillographen. Über einen Teil dieser Untersuchungen ist schon früher¹²⁾ berichtet worden. Damals wurde als Maß der Leistungsfähigkeit eines Kathodenstrahloszillographen ein Ausdruck für die „bezogene maximale Schreibgeschwindigkeit“ eingeführt, der neben anderen Größen auch den Durchmesser des Elektronenbrennflecks enthält. Um diese bezogene maximale Schreibgeschwindigkeit möglichst weitgehend als Funktion der Abmessungen des Kathodenstrahloszillographen bestimmen zu können, war es erwünscht, die Größe des Elektronenbrennflecks in Abhängigkeit von der Stellung der Sammelspule und der Größe der Strahlenquelle bzw. der Anodenblende zu kennen.

Nach der Theorie von Busch⁸⁾ gilt nun auch für die Abbildung einer Elektronenquelle durch Kathodenstrahlen und ein zu diesen koaxiales, kurzes Magnetfeld die einfache, aus der Optik bekannte Beziehung:

$$d_{\text{Bild}} = \frac{b}{a} \cdot d_{\text{Gegenstand}} \quad (2a)$$

worin $d_{\text{Gegenstand}}$ die lineare Ausdehnung des Gegenstands, d_{Bild} die entsprechende Ausdehnung des Bildes und a und b die Gegenstandsweite bzw. die Bildweite bedeutet¹³⁾.

Bei gegen die Strahlenquelle großer Anodenblende ist der Elektronenbrennfleck (der minimale Schirmquerschnitt) stets identisch mit dem Bild der Strahlenquelle; wir können daher unter Berücksichtigung der Einschränkung¹³⁾ schreiben:

¹⁰⁾ Auch mit dem Bild eines zwischen Anodenblende und Kathode liegenden Strahlquerschnittes kann unter gewissen Umständen das Minimum des Schirmquerschnittes identisch sein, wie durch genaue Beobachtung der Randschärfe des Blendenbildes festgestellt wurde. Doch soll auf diesen Fall, der nur durch die Wirkung des elektrischen Feldes in der Entladungsröhre auf die Elektronen zu erklären ist, erst näher eingegangen werden, wenn genauere Untersuchungen darüber vorliegen.

¹¹⁾ Diese Bezeichnung scheint uns besser als die Bezeichnung „Elektronenbrennpunkt“, welche wegen der nahe liegenden Analogie zu der Bezeichnungsweise in der geometrischen Optik leicht zu falschen Vorstellungen über die Natur des minimalen Schirmquerschnittes führt.

¹²⁾ M. Knoll, Zeitschr. f. techn. Phys. 12 (1931), 54.

¹³⁾ Die Gleichung (2a) gilt nur für den Fall, daß nicht auch noch ein elektrisches, zum Strahl koaxiales Feld vorhanden ist. Sie ist daher streng nur gültig für die Abbildung von Strahlquerschnitten im feldfreien Raum zwischen Anodenblende und Sammelspule.

⁸⁾ A. Busch, a. a. O.

⁹⁾ E. Sommerfeld, Arch. f. Elektr. 20 (1928), 607.

$$d_s = \frac{b}{a_k} \cdot d_k \quad (2b)$$

wobei jetzt d_k den Durchmesser des Kathodenflecks (der Strahlenquelle auf der Kathode) d_s den Durchmesser des Elektronenbrennflecks (des Schreibflecks), a_k die Entfernung der Strahlenquelle auf der Kathode und b die Entfernung des Elektronenbrennflecks auf dem Leuchtschirm von der Sammelspule ist. In diesem Falle ist der Elektronenbrennfleck als Bild des Kathodenflecks in seiner Größe von der Größe der Strahlenquelle und in seiner Lage auf dem Leuchtschirm von der Lage der Strahlenquelle auf der Kathode abhängig.

Um von der Größe und Lage des Kathodenflecks unabhängig zu sein, hat Berger⁴⁾ vorgeschlagen, statt der Strahlenquelle eine relativ kleine (Durchmesser 0,4 mm) Anodenblende¹⁴⁾ als eine von hinten beleuchtete Fläche auf dem Leuchtschirm abzubilden.

Berger setzt daher:

$$d_s = \frac{b}{a_b} \cdot d_b \quad (2c)$$

wobei jetzt d_b den Durchmesser der Anodenblende, d_s den Durchmesser des Elektronenbrennflecks, a_b die Entfernung der Anodenblende und b die Entfernung des Leuchtschirms von der Sammelspule bedeutet. Nach den oben ausgeführten Überlegungen über die Bildfeldnatur des minimalen Strahlquerschnitts (des Elektronenbrennflecks) gilt für die Gleichung (2a), auch wenn man sie auf eine "Anodenblende beschränkt, nur, solange das Bild der Anodenblende kleiner als das Bild der Strahlenquelle ist, solange also a einen gewissen Wert a_{\min} nicht unterschreitet.

Wenn wir den „optischen Abbildungsmaßstab“ a auch für die hier vorliegende Abbildung durch Kathodenstrahlen und ein zu diesen koaxiales kurzes Magnetfeld als gültig voraus, so erhalten wir den minimalabstand a_{\min} durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke für die Bilder von Anodenblende (2c) und Strahlenquelle (2b) zu:

$$a_{\min} = \frac{c}{d_k/d_b - 1} \quad (3)$$

bei $c = a_k - a_b$ die Entfernung der Strahlenquelle von der Anodenblende bedeutet und d_k/d_b die Voraussetzung größer als 1 ist.

Geht man also mit der Sammelspule näher als a_{\min} an die Anodenblende heran, so ist der minimale Strahlquerschnitt (der Schreibfleck) trotz kleiner Anodenblende doch wieder das Bild der Strahlen-

quelle. Bleibt man dagegen mit der Sammelspule in der Mindestentfernung a_{\min} von der Anodenblende, die mit größer werdender Anodenblende noch wächst, so ist der Elektronenbrennfleck stets identisch mit dem Bild der Anodenblende und damit sowohl in seiner Größe, als auch in seiner Lage auf dem Leuchtschirm von der Strahlenquelle unabhängig. Mit dieser Einschränkung in bezug auf die Spulenstellung kann man daher von einer Abbildung der Anodenblende in dem Elektronenbrennfleck sprechen. Die weiter unten mitgeteilten Versuchsreihen haben alle diese Art der Abbildung zur Voraussetzung.

3. Aufgabenstellung

Ziel der Arbeit war, die Wirkung kurzer Sammelspulen auf schnelle Elektronenstrahlen so weit zu klären, daß eine einfache Vorausberechnung sowohl der Röhrendimensionen als auch der Sammelspule selbst für eine gewünschte beliebige Größe des Elektronenbrennflecks möglich ist.

Die Sammelspule erscheint nach der Theorie von Busch als „Sammellinse für Kathodenstrahlen“ mit der — bei optischen Linsen nicht vorhandenen — Eigenschaft beliebig einstellbarer Brennweite. Es entspricht jeweils einem bestimmten Spulenfeld und damit einem bestimmten Spulenstrom eine bestimmte Brennweite. Für den Zusammenhang des Spulenfeldes \mathfrak{S} mit der Brennweite f gilt die Beziehung⁸⁾:

$$f = \left(\frac{2v}{e/m} \right)^2 \frac{1}{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{S}^2(z) dz} \quad (4)$$

Hierbei bedeutet v die als homogen vorausgesetzte Geschwindigkeit der Strahlelektronen, e/m die spezifische Ladung der Elektronen bei dieser Ge-

schwindigkeit und $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{S}^2(z) dz$ das Integral des

Quadrats der magnetischen Feldstärke der Spule, genommen über die ganze Symmetrieachse, also von $z = -\infty$ bis $z = +\infty$.¹⁵⁾ Die Brennweite ist also außer von dem Spulenfeld (dem Spulenstrom) nur noch von der Erzeugerspannung der Kathodenstrahlen abhängig. Da die Brennweite andererseits durch die „Linsenformel“:

$$1/a + 1/b = 1/f \quad (1)$$

mit den Abmessungen des Kathodenstrahloszillographen verknüpft ist, so müssen sich die Amperewindungen der Sammelspule als Funktion der

¹⁴⁾ Im Gegensatz dazu bildet H. Busch⁸⁾, der bei seinen Versuchen eine große Anodenblende (Durchmesser 1 mm) verwendete, immer die Strahlenquelle ab. Kleine Anodenblenden sind beim Kathodenstrahloszillographen vielfach schon früher verwendet worden, vgl. unter ⁴⁾ Labor.

¹⁵⁾ Auch die Beziehung (4) gilt, wie die Beziehung (2a)¹³⁾, nur dann, wenn kein zusätzliches elektrisches Feld vorhanden ist. Bei der Abbildung der Kathode hat die Brennweite infolge des elektrischen Feldes der Entladungsröhre einen kleineren Wert. Für die Abbildung der Anodenblende dagegen gilt Gleichung (4) streng.

Erzeugerspannung und der Stellung der Spule so berechnen lassen, daß für gegebene Abmessungen eines Kathodenstrahloszillographen auf dem Leuchtschirm ein scharfes Bild der Strahlenquelle bzw. der Anodenblende entsteht. Die dieser Bedingung entsprechenden Amperewindungen der Spule nennen wir die Sammelamperewindungen. Ihre Berechnung ist im folgenden Abschnitt durchgeführt.

Im Hinblick auf die eingangs erwähnten, der magnetischen Sammelwirkung sich überlagernden Einflüsse positiver Ionen erschien weiterhin eine möglichst genaue experimentelle Nachprüfung der „optischen“ Beziehung (2a) bei denjenigen Spannungen und Drucken erwünscht, die den Verhältnissen bei Kathodenstrahloszillographen mit Gasentladungsröhren entsprechen. Gleichzeitig sollte auch die Gültigkeit der aus (4) abgeleiteten Dimensionierungsformel für Sammelspulen (14c) für denselben Spannungsbereich durch den Versuch kontrolliert werden.

Da die beiden Beziehungen (2a) und (4) nur für den Fall gelten, daß kein elektrisches Feld vorhanden ist¹³⁾,¹⁴⁾, werden sie erst dann einer experimentellen Nachprüfung zugänglich, wenn man statt der Kathode die von hinten bestrahlte Anodenblende als Strahlenquelle auf dem Leuchtschirm abbildet [Beziehung (2c)].

Die Entstehung des Bildes eines bestimmten Strahlquerschnittes auf dem Leuchtschirm läßt sich genau kontrollieren, wenn der Bildquerschnitt mit dem minimalen Schirmquerschnitt zusammenfällt. Wenn daher mit Sicherheit die Anodenblende abgebildet werden soll, muß der Durchmesser der Blende so klein gewählt werden, daß auch für die der Anodenblende am nächsten kommende Sammelspulenstellung der Versuchsreihe das Bild der Anodenblende auf dem Leuchtschirm noch mit dem minimalen Schirmquerschnitt zusammenfällt [Beziehung (3)].

Eine weitere wichtige Voraussetzung bei der Nachprüfung der Gesetzmäßigkeiten für den Abbildungsmaßstab und den Wert der Sammelamperewindungen war die Entscheidung darüber, ob in dem untersuchten Strom-Spannungs- und -Druckbereich die Sammelwirkung tatsächlich nur durch das Magnetfeld und nicht auch teilweise durch positive Raumladungen innerhalb des Strahles verursacht wird. Die Aufklärung dieser Frage besitzt für den zur Aufzeichnung sehr schneller Vorgänge bestimmten Kathodenstrahloszillographen auch praktische Bedeutung, da wegen der endlichen Ionisationszeit bei hohen Schreibgeschwindigkeiten die zusätzliche Sammelwirkung der positiven Ionen nachläßt¹⁵⁾, wodurch eine Vergrößerung des Elektronenbrennflecks eintritt.

Ein zusätzlicher Einfluß auf die Sammelwirkung könnte auch durch die zum Strahl parallele Komponente des Erdfeldes entstehen. Durch Umkehren der Stromrichtung in der Sammelspule und Beobachtung des Wertes des zur Abbildung nötigen Spulenstroms wurde indessen festgestellt, daß ein solcher Einfluß bei den gegebenen Abmessungen der Elektronenstrahlröhre und den benutzten Spannungen unterhalb der Fehlergrenze der Versuchsmethode lag.

4. Berechnung

der Sammelamperewindungen einer Spule in Abhängigkeit von der Erzeugerspannung und den Abmessungen der Kathodenstrahlröhre

Allgemeines. Die magnetische Feldstärke \mathfrak{H} in einem Punkt des Raumes ist stets den sie erzeugenden Strömen proportional. Die Proportionalitätsfaktoren sind dabei nur abhängig von der räumlichen Verteilung der Ströme, bei Magnetspulen also von der Querschnittsform des Wickelraums. Entsprechend ist der in Gleichung (4)

enthaltene Ausdruck $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{H}^2(x) dx$, den wir die „Sammelwirkung der Spule“ nennen wollen, auch proportional dem Quadrat des durch die Spule fließenden Stromes. Wir setzen daher:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{H}^2(x) dx = (\kappa J)^2 \quad (5a)$$

wobei J die Amperewindungszahl der Spule (Strom durch den ganzen Spulenquerschnitt) bedeutet. κ nennen wir die Spulenformkonstante. Ist diese Konstante bekannt, so können die zur Erreichung einer bestimmten Sammelwirkung notwendigen Amperewindungen der Spule bestimmt werden. Für vollständige Konzentrierung („Elektronenbrennfleck“) ergibt sich als notwendige Größe der Sammelwirkung aus Gleichung (1) unter Berücksichtigung von (4) und (5) der Wert:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathfrak{H}^2(x) dx = (\kappa J)^2 = \left(\frac{2v}{e/m}\right)^2 \frac{a+b}{a \cdot b} \quad (6a)$$

Die Amperewindungen der Sammelspule bei vollkommener Konzentrierung (die Sammelamperewindungen) betragen demnach:

$$J = \frac{1}{\kappa} \frac{2v}{e/m} \sqrt{\frac{L}{a \cdot b}}, \quad (6b)$$

wenn $L = a + b$ die Gesamtlänge des Strahles von der Strahlenquelle bzw. Anodenblende bis zum Leuchtschirm bedeutet.

¹³⁾ Vgl. Johnson, Journ. Opt. Soc. Am. 8 (1922), 701 und J. Ranzi, Cim. (N. S.) 7 (1930), 254.

Die Berechnung der Spulenformkonstante in Gleichung (5a)

$$\kappa = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\dot{\Phi}(z)}{J}\right)^2 dz} \quad (5b)$$

verlangt die Kenntnis des Spulenfeldes auf der Symmetrieachse. Im folgenden Abschnitt soll die Spulenformkonstante für die einfachste Spulenform, den linearen Kreisleiter, bestimmt werden.

Berechnung der Spulenformkonstante für den linearen Kreisleiter. Wir bezeichnen die zum linearen Kreisleiter als Spule gehörigen Größen mit einem Punkt. Aus dem Gesetz von Biot-Savart folgt für die magnetische Feldstärke auf der Symmetrieachse des linearen Kreisleiters der Wert:

$$\frac{\dot{\Phi}(z)}{J} = \frac{2 \pi r^2}{\sqrt{r^2 + z^2}^3} \quad (7)$$

Hierbei ist J die Amperewindungszahl des linearen Kreisleiters, r dessen Radius, z die Entfernung des Aufpunktes auf der Symmetrieachse von der Kreisebene und $\dot{\Phi}(z)$ die magnetische Feldstärke im Aufpunkt. Ferner ist:

$$\left. \begin{aligned} \int \left(\frac{\dot{\Phi}(z)}{J}\right)^2 dz &= \int \frac{4 \pi^2 r^4}{(r^2 + z^2)^3} \\ &= \pi^2 \left[\frac{z r^2}{(r^2 + z^2)^2} + \frac{3z}{2(r^2 + z^2)} - \frac{3}{2r} \arcsin \frac{r}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right] \end{aligned} \right\} (8)$$

und nach Einsetzen der Integrationsgrenzen:

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\dot{\Phi}(z)}{J}\right)^2 dz &= \kappa^2 = 2 \int_0^{+\infty} \left(\frac{\dot{\Phi}(z)}{J}\right)^2 dz \\ &= \frac{3 \pi^3}{2r} = \frac{3 \pi^3}{d} \end{aligned} \right\} (9)$$

wenn wir mit d den Durchmesser des linearen Kreisleiters bezeichnen. Die Spulenformkonstante hat also für den linearen Kreisleiter den Wert:

$$\kappa = \sqrt{\frac{3 \pi^3}{d}} \quad (10)$$

Berechnung der Sammelamperewindungen für den linearen Kreisleiter. Durch Einsetzen des Wertes der Gleichung (10) für die Spulenformkonstante des linearen Kreisleiters in die allgemeine Gleichung (6b) für die Sammelamperewindungen einer beliebigen Spule erhält man die Sammelamperewindungen für den linearen Kreisleiter. Es ist also:

$$j = \frac{1}{\kappa} \frac{2v}{e/m} \sqrt{\frac{L}{a \cdot b}} = \frac{1}{\sqrt{3 \pi^3}} \frac{2v}{e/m} \sqrt{\frac{Ld}{ab}} \quad (11)$$

Zeitschrift für technische Physik.

Da wir die Sammelamperewindungen als Funktion der Erzeugerspannung berechnen wollen, drücken wir die nur von dieser Spannung abhängigen Größen m und v der Gleichung (11) durch die Erzeugerspannung aus. Für den Zusammenhang zwischen diesen Größen gelten die Beziehungen¹⁷⁾:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad (12)$$

und

$$v = c \sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{e/m_0}{c^2} E\right)^2}} \quad (13)$$

wobei m_0 die Ruhemasse des Elektrons, c die Lichtgeschwindigkeit und E die Erzeugerspannung bedeutet. Mit diesen Werten wird:

$$j = \frac{1}{\sqrt{3 \pi^3}} \frac{2c}{e/m_0} \sqrt{\frac{2 e/m_0}{c^2} E + \left(\frac{e/m_0}{c^2} E\right)^2} \quad (14a)$$

Mit $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec und $e/m_0 = 1,77 \cdot 10^7$ ergibt sich für j :

$$j = 3514 \sqrt{0,393 \frac{E}{100} + \left(0,197 \frac{E}{100}\right)^2} \sqrt{\frac{Ld}{ab}} \quad (14b)$$

wenn j in Ampere und E in kV eingesetzt wird.

Unter dem Wurzelzeichen der Gleichung (14b) überwiegt für niedrige Erzeugerspannungen das Glied mit E , für hohe dagegen das Glied mit E^2 , so daß mit steigender Erzeugerspannung die Sammelamperewindungen zuerst mit der Wurzel und später mehr linear zu der Erzeugerspannung anwachsen. Bei 100 kV beträgt jedoch das Glied mit E^2 erst etwa 10% des Gliedes mit E , die Sammelamperewindungen erhöhen sich also bei dieser Spannung erst um etwa 5% gegenüber dem Wert ohne quadratisches Glied. Für die beim Kathodenstrahlenoszillographen gebräuchlichen Spannungen kann man daher genügend genau mit der folgenden vereinfachten Gleichung für j rechnen:

$$j = 220 \sqrt{\frac{ELd}{ab}} = 220 \sqrt{\frac{E}{f}} d \quad (15)$$

Dieselbe Gleichung hätte man erhalten, wenn man in Gleichung (11) die Änderung der Ruhemasse mit der Geschwindigkeit und den damit zusammenhängenden Geschwindigkeitsverlust (gegenüber der einfachen Beziehung: $\frac{m_0}{2} v^2 = eE$) vernach-

¹⁷⁾ Handb. d. Experimentalphysik, 14 (1927), 403. (Umrechnung aus Formel [538a].)

des Kathodenstrahloszillographen von der Anodenblende bis zum Leuchtschirm und die notwendigen Amperewindungen der Sammelspule berechnen. Für eine bestimmte Art von Kathodenstrahloszillographen mögen z. B. die festliegenden Größen die folgenden Wert haben:

$$E = 70 \text{ kV}; \quad b = 100 \text{ cm}; \quad d_b = 0,03 \text{ cm}; \\ d_s = 0,1 \text{ cm}; \quad c = 10 \text{ cm}.$$

Es ist:

$$d_s = \frac{b}{a} \cdot d_b, \quad (2b)$$

also:

$$a = b \cdot \frac{d_b}{d_s} = 100 \frac{0,03}{0,1} = 30 \text{ cm}.$$

Soll wirklich die Anodenblende und nicht die Strahlenquelle abgebildet werden, so darf nach Gleichung (3) der Durchmesser der Strahlenquelle in erster Annäherung [wegen der zusätzlichen Wirkung des elektrischen Feldes¹⁸] nicht kleiner sein als:

$$d_k = d_b \frac{c+a}{a} = 0,03 \frac{10+30}{30} = 0,04 \text{ cm}.$$

Die Baulänge des Kathodenstrahloszillographen ohne Entladungsrohr wird:

$$L = a + b = 30 + 100 = 130 \text{ cm}.$$

Ferner ist die Sammelamperewindungszahl:

$$\bar{J} = 3514 f_{sp} \sqrt{0,393 \frac{E}{100} + \left(0,197 \frac{E}{100}\right)^2} \left. \begin{array}{l} \\ \sqrt{\frac{L}{ab}} \sqrt{d} \end{array} \right\} (14c)$$

also mit den jetzt festliegenden Abmessungen und einen angenommenen Spulenfaktor $f_{sp} = 1,1$:

$$\bar{J} = 3514 \cdot 1,1 \sqrt{0,393 \frac{70}{100} + \left(0,197 \frac{70}{100}\right)^2} \\ \sqrt{\frac{130}{30 \cdot 100}} \sqrt{d} = 436 \sqrt{d}.$$

Der Wert der Sammelamperewindungen hängt noch vom mittleren Durchmesser der Sammelspule ab. Der kleinste mittlere Spulendurchmesser \bar{d} , der mit Rücksicht auf eine kleine Amperewindungszahl anzustreben ist, ergibt sich aus konstruktiven Gründen (beispielsweise aus der Größe des Strahldurchmessers in Höhe der Sammelspule). Wir rechnen die Sammelamperewindungen für einige Spulendurchmesser \bar{d} aus. Es ist für:

$$\begin{array}{ll} \bar{d} = 6 \text{ cm} & J = 1068 \text{ AW} \\ \bar{d} = 8 \text{ ,,} & J = 1233 \text{ ,,} \\ \bar{d} = 10 \text{ ,,} & J = 1379 \text{ ,,} \end{array}$$

Bei Benutzung der einfachen Formel:

$$j = 220 \sqrt{\frac{L E}{ab}} \sqrt{d} \quad (15)$$

an Stelle von (14 c) hätte man erhalten:

$$j = 220 \sqrt{\frac{130 \cdot 70}{30 \cdot 100}} \sqrt{d} = 383 \sqrt{d}$$

und mit dem in Abschnitt 4 angegebenen Zuschlag von 15% des Stromwertes:

$$\bar{J} = 383 \cdot 1,15 \sqrt{d} = 440 \sqrt{d}. \quad (3)$$

6. Versuche zur Prüfung der Theorie

Versuchsordnung. Durch die Versuche war einerseits die Beziehung für die Größe des Elektronenbrennflecks als Bild der Anodenblende:

$$d_s = \frac{b}{a} d_b, \quad (2c)$$

andererseits die Beziehung für die zur Erzeugung des Schreibflecks notwendigen Amperewindungen der Sammelspule (die Sammelamperewindungen):

$$\bar{J} = 3514 f_{sp} \sqrt{0,393 \frac{E}{100} + \left(0,197 \frac{E}{100}\right)^2} \left. \begin{array}{l} \\ \sqrt{\frac{L}{ab}} \sqrt{d} \end{array} \right\} (14c)$$

nachzuprüfen. Wie aus den beiden Gleichungen hervorgeht, mußten dazu der Durchmesser der Anodenblende d_b , die Länge $L = a_b + b$ des Kathodenstrahlrohrs von der Anodenblende bis zum Leuchtschirm, ferner die Unterteilung dieser Länge durch die Sammelspule, d. h. a_b und b , und schließlich die Erzeugerspannung E der Kathodenstrahlen variiert und bei jedem Versuchspunkt der Durchmesser des Elektronenbrennflecks und der zugehörige Spulenstrom bestimmt werden. Der Durchmesser der Anodenblende wurde bei allen Versuchspunkten beibehalten, dafür aber so klein gewählt, daß auch für die der Anodenblende am nächsten kommenden Spulenstellungen aller Versuchsreihen die Blendenbilder unter Voraussetzung der Gültigkeit optischer Beziehungen immer noch mit dem jeweiligen Querschnittsminimum zusammenfallen mußten. Bei der dadurch bedingten Kleinheit der Blendenbilder mußte sich überdies eine etwa vorhandene Unschärfe der Randgebiete als besonders großer prozentualer Fehler im Fleckdurchmesser bemerkbar machen. Der Blendendurchmesser wurde mikroskopisch zu 0,325 mm bestimmt. Für alle Versuchspunkte wurde der Wert des Gesamtstroms in der Entladeröhre auf 2 mA konstant gehalten. Eine Abhängigkeit des Sammelspulenstroms und des Brennfleckdurchmessers von dem Schreibstrom und damit von dem Entladestrom der Röhre war nach der Theorie nicht zu erwarten und ließ sich auch durch den Versuch nicht feststellen (vgl. den Abschnitt:

Reihenfolge der Versuche). Der Durchmesser des Schreibflecks wurde bestimmt durch photographische Außenaufnahme des vom Kathodenstrahl auf Uranglas erzeugten Fluoreszenzflecks mittels Linse (Maßstab 1:1) und Ausmessen des Fleckdurchmessers auf dem Negativ unter dem Mikroskop.

Die Verwendung von Uranglas an Stelle der sonst für derartige Zwecke gebräuchlichen Phosphore wie Zinksulfid und Calciumwolframat erfolgte auf Grund folgender Vorzüge vor den beiden genannten Substanzen: Bei den angewandten relativ hohen Energiedichten in den Schreibflecken (Größenordnung $10 \mu\text{A}/\text{mm}^2$ bei Spannungen bis 70 kV) verlieren Zinksulfid und Calciumwolframat innerhalb weniger Sekunden ihr Fluoreszenzvermögen

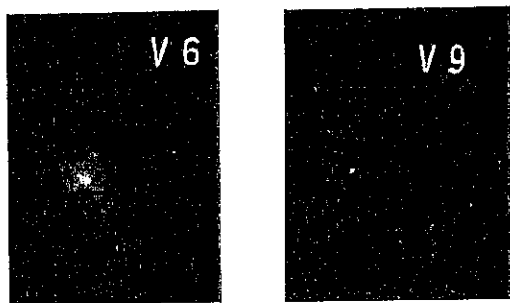


Abb. 2. Elektronenbrennfleck bei 40 kV aufgenommen auf Calciumwolframat (links) und Uranglas (rechts).

fast vollständig. Die vom Strahl getroffenen Körnchen der Leuchtsubstanz spritzen zum Teil von der getroffenen Stelle weg, zum anderen Teil verbrennen sie, so daß die Stelle ein dunkelbraunes Aussehen hat, wenn der Strahl nicht mehr darauf steht. Beobachtungen mit dem Auge über Fleckgrößen sind daher mindestens bei Strahlintensitäten von der angegebenen Größe und darüber vollständig unzuverlässig. Der gleiche Fleck erscheint auf frischer Substanz sehr viel heller und daher um ein mehrfaches größer, als wenige Sekunden später, wenn die Substanz verbrannt ist und ihre Leuchtkraft entsprechend abgenommen hat.

Demgegenüber bleibt bei Uranglas das Fluoreszenzvermögen auch nach längerer Bestrahlung mit den genannten Intensitäten fast ungeschwächt erhalten. Außerdem ist Uranglas gegen schwache Bestrahlung wesentlich unempfindlicher als Zinksulfid oder Calciumwolframat, so daß die Abgrenzung des intensiv bestrahlten Fleckquerschnitts gegen die durch zerstreute Elektronen ebenfalls noch zum Fluoreszieren gebrachte Umgebung deutlicher wird. Abb. 2 zeigt denselben Elektronenbrennfleck bei einer Spannung von 40 kV einmal auf Calciumwolframat und einmal auf Uranglas photographiert. Man sieht, daß der Elektronenbrennfleck auf dem Uranglas im Gegensatz zum

Calciumwolframat vollkommen scharf begrenzt erscheint. Bei Zinksulfid waren die Konturen des Elektronenbrennflecks noch weniger scharf, als bei Calciumwolframat. Die notwendige Belichtungszeit für die Außenaufnahme des Fluoreszenzflecks ist bei Uranglas trotz dessen für das Auge viel weniger intensiven Fluoreszenzlichtes kaum größer, als bei den, subjektiv betrachtet, viel intensiver aufleuchtenden Substanzen Zinksulfid und Calciumwolframat.

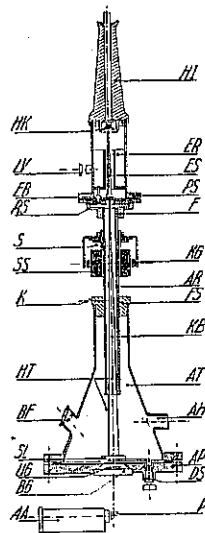


Abb. 3. Schema der Versuchsanordnung.

Wie später festgestellt wurde, eigneten sich für diese Art der Elektronenbrennfleckaufnahme ebenso gut gewöhnliche Glasplatten.

Die Versuche wurden ausgeführt an einem für den vorliegenden Zweck umgebauten Kathodenstrahloszillographen des Hochspannungslaboratoriums der Technischen Hochschule Berlin. Um die Gesamtlänge und die Spulenstellung leicht verändern zu können und um einen ungestörten Verlauf des Elektronenstrahls zu sichern, wurde ein ausziehbares Zwischenstück eingefügt und sämtliche Ablenkplatten und die Strahlsperkammer entfernt.

In Abb. 3 ist die Versuchsanordnung im Schnitt dargestellt. Das Gasentladungsrohr *ER*, eine ältere Ausführungsform der beim Kathodenstrahloszillographen neuerdings eingeführten Metallentladungsröhre¹⁸⁾, bestand aus dem Haddingisolator *HI*¹⁹⁾, mit der Hohlspiegelkathode *HK* aus Aluminium. Die Einsatzblende *EB* aus Messing besaß eine Bohrung von 0,325 mm Durchmesser. Der Hochvakuumteil *HT* bestand aus dem eigentlichen Aufnahmeteil *AT* mit dem Beobachtungsfenster *BF*, der Aufnahmeplatte *AP*, dem Anschlußstutzen für

¹⁸⁾ M. Knoll, H. Knoblauch und B. v. Borries, E. T. Z. 51 (1930), 966.

¹⁹⁾ A. Hadding, Zeitschr. f. Phys. 2 (1920), 369.

die Hochvakuumpumpe AH und dem ausziehbaren Rohr AR , das an seinem oberen Ende den Fuß F für das Entladungsrohr ER trug.

Auf dem Fuß F war das Entladungsrohr ER durch einen Planschliff PS verschiebbar, um den Entladestrahlfeld ES immer genau durch die Einsatzblende EB fallen lassen zu können. Der Luftdruck im Entladungsrohr wurde durch ein Lufteinlaßventil LV geregelt. In dem Fuß F befand sich ein Regulierschlitz RS , der durch einen mit dem Entladungsrohr fest verbundenen Regulierschieber mehr oder weniger geschlossen werden konnte, um durch diese Drosselung den Druckunterschied zwischen dem Entladungsrohr und dem Hochvakuumteil während des Betriebs einstellen zu können. Diese Abwandlung des von W. Wien²⁰⁾ angegebenen Strömungsverfahrens erlaubt mit nur einer Hochvakuumpumpe die Aufrechterhaltung eines der Gasentladung günstigen Druckes im Entladungsrohr bei hohem Vakuum hinter der Anodenblende. Die Größenordnung des Druckes betrug für das Entladungsrohr 10^{-2} mm Hg, für den Hochvakuumteil 10^{-3} mm Hg.

Durch Verschieben des Rohrs AR in einem am oberen Ende des Aufnahmeteils AT angebrachten Führungsstückes FS konnte die Länge des Hochvakuumteils HT geändert und durch Anziehen einer Klemmschraube bei K fest eingestellt werden. Die Abdichtung zwischen Rohr und Führungsstück geschah jedesmal nach erfolgter Einstellung durch Klebwachs. Auf dem Spulenrohr AR konnte ihrerseits die Sammelspule SS verschoben und mit einer Stellschraube bei S festgestellt werden, so daß auch die Unterteilung der Strahlänge durch die Sammelspule innerhalb gewisser Grenzen geändert werden konnte. Die Sammelspule SS hing in einem Kardangelenk KG , dessen Mittelpunkt in der zum Ausziehrrohr AR senkrechten Ebene verschoben werden konnte, so daß es stets möglich war, das Spulenfeld genau koaxial zum Kathodenstrahlbündel KB einzustellen.

Auf diese Weise war es immer möglich auf dem Leuchtschirm einen kreisrunden Fleck zu erhalten, der beim Verändern des Spulenstroms sich genau auf einer Stelle zusammenzog bzw. vergrößerte, woran die genaue koaxiale Stellung der Sammelspule kontrolliert werden konnte. Die aus dem Wesen der magnetischen Sammelwirkung sich ergebende Drehung des Flecks um seinen Mittelpunkt war immer gut zu beobachten. Bei nicht genau koaxialer Einstellung der Sammelspule hat der Fleck eine verzerrte Gestalt und wandert beim Verändern des Spulenstroms auf dem Leuchtschirm umher.

Über dem dicken Bleiglasfenster BG lag das zur Fluoreszenzerregung dienende Uranglas UG . Die

nach unten aus dem Hochvakuumteil austretenden Lichtstrahlen des Fluoreszenzflecks trafen auf ein rechtwinkliges Prisma P , das sie wagrecht in den Aufnahmeapparat AA für Aufnahmen in natürlicher Größe warf. Für die subjektiven Beobachtungen war an der Aufnahmeplatte AP ein schwenkbarer Leuchtschirm SL mit Zinksulfid als Leuchtsubstanz angebracht, der von außen mittels eines konischen Drehschliffs DS über das Uranglas geschwenkt werden konnte.

Reihenfolge der Versuche: In dem untersuchten Spannungsbereich von 30—70 kV und bei Drucken im feldfreien Raum hinter der Anodenblende von $2-5 \cdot 10^{-3}$ mm Hg zeigten sich auch für stark verschiedene Schreibströme (0,05—1 μ A bei gleichbleibendem Durchmesser der Anodenblende von 0,325 mm) der Wert für die Sammelamperewindungen und der Abbildungsmaßstab vom Schreibstrom und Gasdruck unabhängig. Die magnetische Sammelwirkung blieb also selbst für Elektronen von 30 kV mindestens bei Drucken unter $5 \cdot 10^{-3}$ mm Hg ungestört durch die zusätzliche Sammelwirkung von im Strahlvolumen gebildeten Ionen.

Um die gemessenen Werte der Sammelamperewindungen mit den nach Gleichung (14c) sich ergebenden Werten vergleichen zu können, mußte der Wert des Spulenfaktors für die zu den Versuchen benutzte Meßspule berechnet werden. Er wurde gemäß den Gleichungen (17), (5c) und (16), wie dort näher ausgeführt, durch graphische Integration bestimmt. Er betrug für die Sammelspule, deren Wickelraum einem Außenradius von 4,9 cm, einen Innenradius von 2,1 cm und eine Höhe von 7,3 cm hatte, $f_{sp} = 1,13$.

Der Durchmesser des Schreibflecks und der Sammelspulenstrom wurden gemessen für folgende Strahlängen (Abstand Anodenblende — Leuchtschirm) und Spulenstellungen innerhalb der Strahlänge:

Strahlänge	82 cm	mit 6	verschiedenen	Spulenstellungen
"	68 "	" "	6 "	" "
"	60 "	" "	4 "	" "
"	55 "	" "	1 Spulenstellung.	" "

Die Messungen erstreckten sich auf das für den Kathodenstrahlzillographen wichtigste Gebiet zwischen $b/a = 1$ bis $b/a = 10$. Es wurden Messungen bei 5 verschiedenen Erzeugerspannungen gemacht (30, 40, 50, 60 und 70 kV).

Meßergebnisse: a) Spulenstrom: Beim Einregeln des Spulenstroms auf den kleinsten Schreibfleckdurchmesser konnte der Strom um etwa $\pm 2\%$ geändert werden, ohne daß mit dem Auge eine Änderung des Fleckdurchmessers festzustellen war. Innerhalb dieser Genauigkeitsgrenzen erhielt man für den Spulenstrom stets reproduzierbare Werte. Die theoretischen Sollwerte wurden aus Gleichung (14c) mit dem oben angegebenen Spulenfaktor berechnet. Die Versuchswerte lagen durch-

²⁰⁾ W. Wien, Ann. d. Phys. 76 (4) (1925), 117.

weg etwas höher als die berechneten Werte, maximal bis 10%, im Durchschnitt etwa 5%. Abb. 4 zeigt beispielsweise die gemessenen Werte der Sammelamperewindungen zusammen mit den theoretischen Kurven bei einer Erzeugerspannung von 50 kV und 4 verschiedenen Strahlängen $L = a_b + b$. Die größeren Abweichungen traten auf bei höheren Erzeugerspannungen und insbesondere bei großer Annäherung der Sammelspule an die Anodenblende. Im letzten Fall dürfte sich die tatsächlich vorhandene Abweichung von der Voraussetzung eines „kurzen“ Spulenfeldes²⁾ besonders stark bemerkbar machen. Die Gleichung (14c) für die Sammelamperewindungen und damit die Beziehung (4) für den Zusammenhang des Spulenfeldes mit der Brennweite der Sammelspule²⁾ wurde also gut bestätigt gefunden.

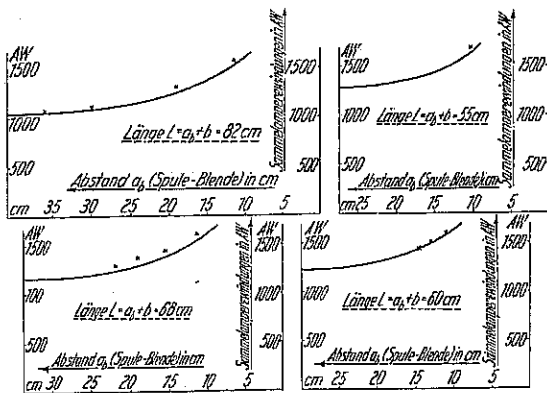


Abb. 4. Sammelamperewindungen bei $U = 50$ kV (Abbildung der Anodenblende) Theoretische Kurven und gemessene Werte

b) Abbildungsmaßstab. Die Versuchsergebnisse, soweit sie die Größe des Schreibflecks betreffen, sind in der Abb. 5 zusammengestellt. Da die Schreibflecksdurchmesser nach Gleichung (2c) von der Erzeugerspannung unabhängig sein sollten und die Meßergebnisse keinen Anhaltspunkt für eine Abhängigkeit von der Spannung ergaben, wurden die bei derselben Strahlänge und derselben Spulenstellung, aber bei verschiedenen Erzeugerspannungen gemessenen Durchmesser der Minimalschreibflecke zu Mittelwerten zusammengefaßt, von denen die Einzelwerte bis zu $\pm 17\%$ abweichen. Diese Mittelwerte sind in Abb. 5 über der Strahlänge aufgetragen. Als Einheit für die Größe der Schreibflecksdurchmesser wurde mit Rücksicht auf Gleichung (2c) und wegen der damit verbundenen allgemeineren Gültigkeit der Meßergebnisse der Blendendurchmesser gewählt. Die Strahlänge L wurde jeweils = 1 gesetzt, die Meßpunkte bei verschiedenen Strahlängen mit verschiedenen Zeichen über dem Wert:

$$\frac{\text{Abstand Anodenblende—Sammelspule}}{\text{Abstand Anodenblende—Leuchtschirm}} = \frac{a_b}{L}$$

aufgetragen. Die Meßpunkte streuen in bezug auf die durch sie gezogene Ausgleichskurve ebenfalls um bis zu $\pm 17\%$.

Zum Vergleich der Versuchsergebnisse mit der aus der Theorie von Busch sich ergebenden Abhängigkeit der Größe des Elektronenbrennflecks von der Größe der Anodenblende ist die der Gleichung (2c) entsprechende Kurve ebenfalls in der Abb. 5 eingezeichnet.

Man sieht, daß der Durchmesser des Schreibflecks zwar mit zunehmender Annäherung der Sammelspule an die Anodenblende zunimmt, aber nicht so stark, als es die Gleichung (2c) fordert. Mit zunehmender Annäherung der Spule an den Leuchtschirm wird der Elektronenbrennfleck zwar kleiner, aber ebenfalls nicht ganz so rasch, wie es die Theorie fordert.

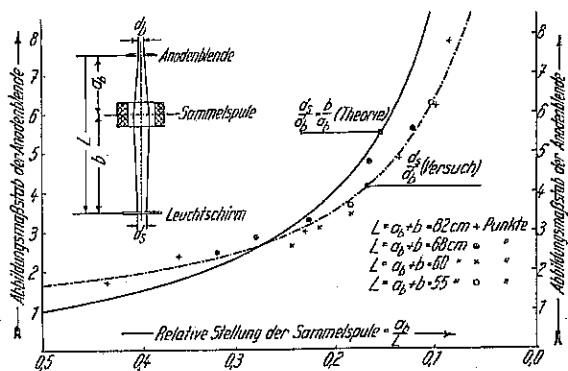


Abb. 5. Abbildungsmaßstab der Anodenblende in Abhängigkeit von der Stellung der Sammelspule

Für die Abweichung des experimentell gefundenen Abbildungsmaßstabs der Anodenblende von dem durch die Theorie geforderten Wert bei großem Abbildungsmaßstab b/a_b ist wahrscheinlich durch ungenaue Einstellung auf das Blendenbild zu erklären. Die genaue Einstellung auf das Blendenbild war bei Stellungen der Sammelspule nahe der Anodenblende sehr schwierig, da das Kathodenbild hier nahezu dieselbe Größe besitzt, wie das Blendenbild.²¹⁾

Bei kleinem Abbildungsmaßstab b/a_b tritt eine Vergrößerung des Elektronenbrennflecks durch die gegenseitigen Abstoßungskräfte der Elektronen, wie eine Rechnung für Parallelfall der Elektronen im

²¹⁾ Anmerkung bei der Korrektur: Eine genaue Einstellung auf das Blendenbild wurde später durch eine neue Versuchsmethode, über die demnächst berichtet wird, ermöglicht. Bei diesen Versuchen wurde eine sehr viel bessere Übereinstimmung des Abbildungsmaßstabs mit dem von der Theorie geforderten Wert gefunden. Bei einer Stellung der Sammelspule von $a_b/L = 0,071$, also $b/a_b = 13$ wurde beispielsweise der Abbildungsmaßstab zu 12,3 bestimmt. Die Abweichung von dem theoretischen Wert betrug hier also nur 5,4%.

Anfangsquerschnitt und unter Annahme einer entsprechend gewählten mittleren Elektronendichte zeigt, in dem untersuchten Spannungsbereich erst bei wesentlich höheren Stromdichten ein. Dagegen könnte hier die aus der Theorie von Busch⁶⁾ sich ergebende „sphärische Aberration“ der Abbildung die scheinbare Abweichung von der theoretischen Kurve für den Abbildungsmaßstab erklären. Diese Aberration wird um so größer, je weiter die abbildenden Randstrahlen des Bündels an der Stelle der Sammelspule von der Bündelachse entfernt sind und je inhomogener in radialer Richtung das zur Abbildung benutzte kurze Magnetfeld ist. Die Entfernung der Randstrahlen von der Achse wird aber mit wachsendem Abstand von der Anodenblende immer größer, so daß sich die „sphärische Aberration“ am stärksten bei kleinem Abbildungsmaßstab b/a , bemerkbar machen muß.

Der experimentelle Teil der Arbeit wurde mit Mitteln der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft, sowie der Studiengesellschaft für Höchstspannungsanlagen durchgeführt, wofür beiden Stellen bestens gedankt sei.

7. Zusammenfassung

1. Auf Grund der von Busch⁶⁾ gegebenen Beziehung zwischen dem Feld einer „kurzen“ Sammelspule und deren „Brennweite“ wurde eine Gleichung abgeleitet, die es gestattet, die Sammelamperewindungen einer solchen Spule als Funktion der Erzeugerspannung und der Abmessungen des Kathodenstrahlrohrs zu berechnen.

2. Diese Gleichung wurde durch das Experiment auf ihre Richtigkeit geprüft und bis auf eine Abweichung von durchschnittlich 5% bestätigt gefunden (Abb. 4).

3. Für den Abbildungsmaßstab bei der Abbildung einer Elektronenquelle durch Kathodenstrahlen und ein zu diesen koaxiales kurzes Magnetfeld gilt, falls nicht auch noch ein elektrisches zum Strahl koaxiales Feld vorhanden ist, nach der Theorie von Busch⁶⁾ die optische Beziehung:

$$\frac{d_{\text{Bild}}}{d_{\text{Gegenstand}}} = \frac{\text{Bildweite}}{\text{Gegenstandsweite}} = \frac{b}{a} \quad (2a)$$

Diese Beziehung wird nachprüfbar, wenn man statt der Kathode die von hinten bestrahlte Anodenblende als Strahlenquelle abbildet. Der Abbildungsmaßstab für die Anodenblende wurde bei Elektronengeschwindigkeiten zwischen 30 und 70 kV bestimmt, wobei Gegenstandsweite, Bildweite und Länge des Kathodenstrahls variiert wurden. Die experimentell gefundene Kurve zeigt annähernd den theoretisch geforderten Verlauf (Abb. 5).

4. Für Spannungen über 30 kV und Schreibströme von 0,05 bis 1 μA (bei einem Durchmesser der Anodenblende von 0,325 mm) bei Drucken unter $5 \cdot 10^{-3}$ mm Hg ist ausschließlich das

magnetische Feld der Sammelspule für die Sammelwirkung auf die Elektronen maßgebend und die Sammelwirkung durch Raumladungseffekte bleibt unterhalb der durch die Versuchsmethode bedingten Fehlergrenze.

5. Durch Einschließen der Sammelspule in einen Eisenmantel mit einem innen liegenden Luftspalt kann die Sammelamperewindungszahl der Spule beträchtlich herabgesetzt werden.

(Eingegangen am 28. April 1931)

Die Charakteristik des elektrischen Lichtbogens großer Leistung

Von A. L. Müller, Niedersedlitz (Sachsenwerk)

Inhalt: Ausgehend von der Lichtbogengleichung von Ayrton wird gezeigt, daß diese Gleichung bei großen Strömen durch einen neuen Summanden erweitert werden muß, der quadratisch mit dem Lichtstrom zunimmt.

Einleitung

Die Untersuchungen am elektrischen Lichtbogen, die etwa um die Wende des Jahrhunderts einsetzten, führten zur Erkenntnis neuer Gesetzmäßigkeiten, die in folgender Beziehung ihre einfachste Fassung fanden:

$$e_b = a + b/i \quad (1)$$

Mit diesem Gesetz kann der Schalttechniker leider nicht viel anfangen. Er ist auf experimentelle Behandlung der Erscheinungen und Probleme angewiesen, die namentlich beim Ausschalten eines Stromes zu klären sind. Auch die erweiterte Lichtbogengleichung, die in verschiedener Form angeschrieben wurde, ist nicht geeigneter als Gleichung (1). Am übersichtlichsten werden die Verhältnisse noch am Gleichstromlichtbogen, dessen Charakteristik durch Abb. 1 und durch Abb. 2, für verschiedene Bogenlänge gezeichnet, gegeben sind, ausgehend von der Gleichung

$$e_b = a + \beta l + \gamma/i + \frac{\delta l}{i} \quad (2)$$

Abb. 2 läßt gleichzeitig die Lösbedingungen für den Lichtbogen deutlich erkennen und zeigt die praktisch leider noch nicht allgemein nutzbar gemachte Tatsache, daß es technisch falsch ist, den Gleichstromlichtbogen beim Ausschalten übermäßig in die Länge zu ziehen.

Bekanntlich muß bei Unterbrechung eines Gleichstromes die im Stromkreise aufgespeicherte magnetische Energie an der Schaltstelle zwischen den Schaltstücken, wo sie sich in Wärme umsetzt, vernichtet werden. Das ist beim Wechselstrom-Lichtbogen nicht der Fall. Die in den Selbstinduktionen des Stromkreises vorhandene Energie wird vielmehr

Nachtrag zur Mitteilung: „Die magnetische Sammelspule für schnelle Elektronenstrahlen“ von E. Ruska und M. Knoll auf Seite 389¹⁾

5. Sammelspule mit Eisenmantel

Praktische Ausführungen von Sammelspulen mit den im vorhergehenden Berechnungsbeispiel angegebenen Amperewindungszahlen führen bei den gebräuchlichen Netzspannungen zu Spulengewichten von etwa 3 kg und zu Stromwärmeverlusten von etwa 30 Watt. Es ist daher im Interesse einer Verkleinerung des Gewichtes, des Stromes und der Erwärmung der Spule anzustreben, die Amperewindungszahl so klein wie möglich zu halten. Betrachtet man unter diesem Gesichtspunkt Gleichung (6b), so sieht man, daß sich eine Verringerung der Sammelamperewindungszahl bei gegebener Betriebsspannung und festliegenden Abmessungen der Elektronenstrahlröhre nur noch durch Vergrößerung der Spulenformkonstanten κ erreichen läßt. Wie aus Gleichung (5b) für κ hervorgeht, müssen dazu die Werte $\xi(z)/J$ möglichst groß sein. Da nun die magnetische Randspannung (Umlaufspannung) einer Spule:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \xi(z) dz = 4 \pi J$$

nur vom Spulenstrom abhängig ist, also aufrechterhalten wird, solange dieser Strom in der Spule fließt, so können durch ein Zusammendrängen dieser Randspannung auf ein kleines Stück der Spulenachse die Werte für die Größen $\xi(z)/J$ entsprechend gesteigert werden. Trotz der damit verbundenen Verkürzung des Integrationsweges wird durch diese Zusammendrängung des Spulenfeldes die Sammelwirkung der Spule erhöht, da sie ja von den quadratischen Werten der Größen $\xi(z)/J$ abhängt.

Eine solche günstigste Ausbildung des Spulenfeldes durch Zusammendrängen der magnetischen Randspannung der Spule auf ein möglichst kurzes Stück der Symmetrieachse läßt sich auf zwei verschiedene Arten in verschiedener Vollkommenheit erreichen. Die erste Art besteht in der günstigsten Ausbildung des Wicklungsquerschnittes der Spule. Durch eine hier nicht wiedergegebene Näherungsrechnung läßt sich die Form des Wicklungsquerschnittes bei vorgegebenem inneren Durchmesser der Spule und gegebener Amperewindungszahl (gegebener Wicklungsquerschnittfläche) so berechnen, daß die Spulenformkonstante und damit die Sammelwirkung der Spule ein Maximum wird. Der Wicklungsquerschnitt wird dabei weder in der

Achsenrichtung noch in der radialen Richtung sehr groß, sondern die günstigsten Querschnitte liegen in der Nähe quadratischer Formen. Eine sehr viel wirksamere Verkleinerung der Sammelamperewindungen ergibt die zweite Art, die darin besteht, die Spule mit einer Eisenkapselung zu versehen, die nur im inneren Rohrstück durch einen in axialer Richtung kurzen eisenfreien ringförmigen Schlitz unterbrochen ist. Auf diese Weise wird fast der gesamte magnetische Spannungsabfall auf eine Strecke, die nicht sehr viel größer ist, als die Breite des eisenfreien Schlitzes, zusammengedrängt und so entsprechend den obigen Ausführungen die Sammelwirkung der Spule erhöht. Eine vollständige Eisenkapselung der Spule beeinträchtigt die Sammelwirkung zwar nicht, ergibt aber auch keine Erhöhung dieser Wirkung, weil jetzt der magnetische Widerstand rings um den Wicklungsquerschnitt der Spule wie bei der ungekapselten Spule in erster Annäherung konstant ist, sodaß sich der magnetische Spannungsabfall nicht mehr auf ein kleines Stück der Mittelachse zusammendrängt. Es gibt für jede Stärke der Eisenkapselung eine bestimmte Schlitzbreite, die eine maximale Sammelwirkung bzw. einen minimalen Spulenstrom zur Folge hat.

Versuche mit einer Eisenkapselung der Meßspule von etwa 2 mm Stärke ergaben eine optimale Schlitzbreite von etwa 10 mm bei einer Verringerung des Spulenstromes auf $\frac{2}{3}$ des Wertes ohne Eisenkapselung bzw. mit vollständiger Eisenkapselung. Ein Unterschied zwischen den Spulenstromwerten ohne Eisenkapselung und mit vollständiger Eisenkapselung konnte nicht festgestellt werden. Bei einer Eisenkapselung größerer Stärke dürfte die optimale Schlitzbreite kleiner und die Verringerung des Sammelspulenstromes größer werden, als oben angegeben. Versuche in dieser Richtung sind im Gange.

Ein dadurch gleichzeitig sich ergebender Vorteil der eisengekapselten Sammelspule mit innerem Luftspalt besteht darin, daß auch in unmittelbarer Nähe der Sammelspule das magnetische Feld abgeschirmt ist. Beim Kathodenstrahloszillographen beispielsweise ergibt sich aus dieser Tatsache eine beträchtliche Verkürzung der Baulänge, da die Ablenkplatten dann unmittelbar hinter der Sammelspule angebracht werden können.

Ein weiterer Vorzug der beschriebenen eisengekapselten Spule besteht darin, daß bei ihr die Lage und die Form des Spulenquerschnittes innerhalb gewisser Grenzen von der Lage und Form des Magnetfeldes unabhängig ist. Praktisch ergibt sich daraus die Möglichkeit, das magnetische Feld der Sammelspule auch an Stellen zur Wirkung zu bringen, wo dies bei den üblichen Spulenformen bisher schlecht möglich war.

¹⁾ Anmerkung der Schriftleitung: Dieser Nachtrag erscheint im Septemberheft — obwohl der Stoff nicht zur technischen Optik gehört — weil es sich um einen Teil des Beitrages Ruska-Knoll handelt, der durch ein Versehen im August-Heft weggeblieben ist.